# HÀM SỐ MŨ VÀ LOGARIT

**BÀI TẬP HÀM SỐ MŨ**

Hàm số mũ có dạng y = ax (0 < a ≠ 1) Tập XÁC ĐỊNH: D = R

Đạo hàm y’ = axln a

Nếu a > 1 thì hàm số đồng biến trên R

Nếu 0 < a < 1 thì hàm số nghịch biến trên R

Giới Hạn:

lim ax  0

x

nếu a > 1 và

lim ax  0 nếu 0 < a < 1.

x

→ Trục Ox (y = 0) là tiệm cận ngang.

Giá trị đặc biệt: x = 0 → y = 1; x = 1 → y = a y = ax luôn dương với mọi x

Công thức cơ bản hàm số mũ

0 a –m 1 m

n

m.n



m an

a = 1; 1

= 1; a

= am

; (a

)ⁿ = a ;

 am

Các công thức cùng cơ số

am.an = am+n; a

m

an

= am–n.

Các công thức khác cơ số

am.bm = (ab)m;

am  a m ;

a m  b m

( )

bm b

( ) ( )

b a

**Bài tập 1:** Đơn giản biểu thức (giả thiết tất cả đều có nghĩa)

1. A = [

x4  x3 y  xy3  y4

3y(x2  y2 )  2

 ] 3 .(x2  2xy  y2 )

x  y x1 (x  y)

1. B = ( an  bn  an  bn )(a2n – b2n)

1. C =

an  bn

xa1  ax1 

an  bn

a1  x1  a1  x1

4 (a1  x1 a1  x1 )

**Bài tập 2:** Cho a, b là hai số dương. Rút gọn các biểu thức

1 9  1 3 2 2

a

b

a. A = (1 2

 a ).(

 b)2

1. B =

a 4  a 4  b 2  b 2

c. C = ( 3 a  3 b)(a 3  b3  3 ab)

b 1 5 1  1



a

1 1 b 

3

b

a



a 4  a 4 b2  b 2

3 1 1



a 3 b

b 3 a



a

a

b3

d. D = (a 3  b3 ).(2   3 ) 1

a

e. E = [( ) 2  ( )2 ]: (a 4  b4 )

a2  4

4 1

a 3  8a 3 b b 2

* 1. F =

a (

a 2  4

2a

)2  4

* 1. G =

2 2

a 3  23 ab  4b3

(1 23 ) 1  a 3

a

**Bài tập 3:** Tính giá trị biểu thức

3, 92

a. A = 1 x  x2 1  x  x2 1 

(  



2 với x =

2x  x2

2 2x  x2

) (5 2x )

3 3

b. B = [( 22  27y5  310 32y2  2).32 ]5 với y = 1,2



2  35 y

**Bài tập 4:** Rút gọn biểu thức

3 5  7

1 1 1 1

 9  3

a. A = {[(32 .53 ) : 2 4 ] :[16 : (53.24.32 )]}2

b. B = 0, 5 4  6250,25  ( ) 2 19.(3)3

4

**Bài tập 5:** Chứng minh  

a2  3 a4 b2

b2  3 b4a 2



( 3 a 2  3 b2 )3

**Bài tập 6:** Không dùng máy tính hãy tính giá trị biểu thức P = 

3 6 

847

27

3 6 

847

27

**Bài tập 7:** Chứng minh:



8 3  8 2

1  ( 8 3  8 2)( 4 3  4 2 )(

 2)

**Bài tập 8:** Viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ các biểu thức



3

11



5 23 2 2



a a a a

5 3

a b

b a

1. A =
2. B =

: a16

(a > 0) c. C =

(ab ≠ 0)

**Bài tập 9:** Đơn giản biểu thức



1. A = aπ .4 a 2 : a 4 π
2. B = (a

2 ) 3 .3 a3 6

1. C =

a2 2  b2 3

1





(a 2  b 3 )2

1. D =

(a 2 3 1)(a 2 3  a

a4 3  a 3



3  a3 3 )

1. E =

a 5  b 7

2 5 5 7 2 7



a 3  a 3 b 3  b 3

**Bài tập 10:** Xét tính đơn điệu của hàm số y =

2x  2x . Từ đó so sánh 2³ – 2–³ và 2² – 2–².

2

**Bài tập 11:** Các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến

1. y =

( π)x 3

1. y = (

3 )x

c. y = 5. 3x ( 1 )x

# BÀI TẬP LOGARIT



3  2



3  2

Định nghĩa: Hàm số y = loga x (0 < a ≠ 1) xác định khi x > 0 loga x = b <=> x = ab. (b được gọi là logarit cơ số a của x)

Chú ý: Khi cơ số a = e thì loge = ln x được gọi là logarit tự nhiên.

Khi cơ số a = 10 thì log10 x = log x = lg x được gọi là logarit thập phân.

Các công thức logarit: với 0 < a ≠ 1; 0 < b ≠ 1; x > 0; y > 0

log

1 = 0; log a = 1; log

xα = αlog

x; log x  1 log x ; aloga x = x

a a a

a aβ β a

loga (xy) = loga x + loga y

x

loga ( y ) = loga x – loga y

logb x =

loga x =

loga x loga b

1

logx a

hay loga b logb x = loga x

**Bài tập 1:** Tìm tập xác định của các hàm số

log1 (log5 x  3 )

x2  1

5

x  3

x 1

1. y =

log x 1

1 x  5

2

1. y =
2. y = log2

d. y = lg (–x² + 3x + 4) + 1

x2  x  6

e. y = log

x 1 2x  3

**Bài tập 2:** Tính giá trị của biểu thức

1  1 log 4

1 log 33log 5

a. (814 2

9  25log125 8 ).49log7 2

b. 161log4 5  42 2 5

1 log 9log 6

c. 72(492

7 7  5log 5 4 )

d. 36log6 5  101lg 2  3log9 36

**Bài tập 3:** Tính giá trị của biểu thức

a. A = log9 15 + log9 18 – log9 10 b. B = 2 log 6  1 log 400  3log



3 45

2

1. C = log 2  1 log 3

1 1 1

3 3 3

1. D = log (log 4.log 3)

36 1

2

6

1 3 2

4



3 21

1. E = log (2 sin π )  log cos π

f. F = log ( 3 7  3 3)  log ( 3 49   3 9)

2 12

2 12 4 4

g. G = log10 tan 2 + log10 cot 2 h. H = log4 x + log4 x³ – 2log2 x + 6log4 8

**Bài tập 4:** Tính giá trị của biểu thức

1. A = log (a2 a )

a

1. B =

log 1

a



a 5 a3 3 a2

a 4 a

1. C = log tan 1° + log tan 2° + ... + log tan 89°
2. D = log3 2 log4 3 log5 4 ... log15 14 log16 15

**Bài tập 5:** Chứng minh rằng nếu a² + b² = c²; a, b, c > 0; c + b ≠ 1; c – b ≠ 1; a ≠ 1 thì logc+b a + logc–b a = 2logc+b a logc–b a.

**Bài tập 6:** Giả sử a, b là hai số dương thỏa mãn a² + b² = 7ab. Chứng minh rằng ln a  b  ln a  ln b

3 2

**Bài tập 7:** Tính theo a, b các logarit sau

a. A = log6 16. Biết log12 27 = a b. B = log125 30. Biết log 3 = a và log 2 = b

c. C = log3 135. Biết log2 5 = a và log2 3 = b d. D = log49 32. Biết log2 14 = a **Bài tập 8:** Rút gọn biểu thức P = (loga b + logb a + 2)(loga b – logab b)logb a – 1 **Bài tập 9:** Biết loga b = 3; loga c = –2. Tính giá trị của biểu thức



c



a2 c2 .4 b

b4 .3 a. c

1. loga

(a³b²

) b. loga ( )

**Bài tập 10.** Cho log2 x =



2

# BÀI TẬP SO SÁNH

* 1. **So sánh các số mũ**

. Tính giá trị của biểu thức A = log2 x² + log1/2 x³ + log4 x.

1. Nếu a > 1: am > aⁿ <=> m > n 2. Nếu 0 < a < 1: am > aⁿ <=> m < n

3. Nếu 0 < a < b: aⁿ < bⁿ <=> n > 0 4. Nếu 0 < a < b: aⁿ > bⁿ <=> n < 0 Nếu so sánh hai căn không cùng bậc, thì đưa hai số về cùng bậc rồi so sánh. **Bài tập 1:** So sánh các cặp số sau

1. và



3 30

5  5



1. và

5 1



5 20



17



1. 1 3

3



3 28

( )

và 1 2

3

( )

1. (

3 )1,2

2



và (

3 ) 2

2



e. ( ) 2

7

và 1f. 0, 7 6

và 0, 73

g. 20 2  30 3

và 2

**Bài tập 2:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số sau

a. y = 3. 3x2 x

# So sánh logarit

x

b. y = 0,51–sin 2x c. y = e1x2

Trường hợp 2 số có cùng cơ số, ta áp dụng qui tắc sau: Nếu a > 1 thì loga x > loga y <=> x > y

Nếu 0 < a < 1, loga x > loga y <=> x < y Trường hợp 2 số khác cơ số, dùng số trung gian

Ví dụ so sánh hai số log3 4 và log4 3. Ta có: log3 4 > 1 = log4 4 > log4 3

**Bài tập 1.** So sánh

log 1

* 1. 2log5 3 và 3 5 2 b. log 2 và log 3 c. log 3 và log 11

3 2 2 3

1 log 2 1 log 5



18



3 18

d. 4log2 3log4 (1/3) và

e. ( ) 6 2

6

6 và

* 1. log2

9 và log5 90

g. log3 5 và log7 4

**Bài tập 2:** Chứng

h. 2ln e³ và 8 – ln (1/e).

minh

a. log1/2 3 + log3 (1/2) + 2 < 0 b. 4log5 7  7log5 4

**Bài tập 3:** So sánh

c. log3 7 + log7 3 – 2 > 0

* + 1. log3 (6/5) và log3 (5/6) b. log1/3 19 và log1/3 17 c. log e và log π

# ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ VÀ LOGARIT

(ax)’ = ax ln a → (au)’ = u’.au ln a

(ex)’ = ex → (eu)’ = u’.eu.

(ln x)’ = 1

x

→ (ln u)’ = u '

u

(loga x)’ = 1

x ln a

→ (loga u)’ = u '

u ln a

**Bài tập 1:** Tính đạo hàm các hàm số

1. y = (x² – 2x)ex. b. y = (sin x – cos x) e2x. c. y =

ex  ex ex  ex

d. y = ln (x² + 1) e. y = ln x

x

**Bài tập 2:** Tính đạo hàm các hàm số

f. y = (1 + ln x) ln x

a. y = x² ln b. log2 (x² – x + 1) c. y = 2

x2 1

3 ln2 x



x 1

x 1

1. y = log

x  2

3 x  3

1. y = ln ( )